MIĘDZYNARODOWE CZASOPISMO NAUKOWE POŚWIĘCONE ZAGADNIENIOM CHEMII I TECHNOLOGII MATERIAŁÓW WIĄŻĄCYCH I BETONU

> ROK XVI/LXXVIII MARZEC – KWIECIEŃ 2011 r. Nr 2

cement wapno beton

Czasopismo dostępne w wersji elektronicznej na stronie www.cementwapnobeton.pl

Dr inż. Maciej Urban Politechnika Krakowska, Wydział Budownictwa

Powiązanie wyników metod pomiaru konsystencji mieszanek samozagęszczających się z ich parametrami reologicznymi

The correlation of consistency tests results of SCC mixes with their rheological parameters of Bingham model

1. Wprowadzenie

Specyfika projektowania składu betonów samozagęszczających się (BSZ) wymaga prowadzenia znacznie większej ilości pomiarów konsystencji, niż ma to miejsce w przypadku betonów tradycyjnych. W rzeczywistości część z tych pomiarów nie jest ściśle rzecz biorąc badaniami konsystencji (czyli metodami pomiaru ciekłości mieszanki betonowej), lecz pomiarami sprawdzającymi spełnienie pewnego kryterium samozagęszczalności. Takich kryteriów, w zależności od sposobu podejścia, definiuje się przeciętnie od 3 do 5 (1, 2). Stąd też, aby spełnić te kryteria, przy projektowaniu należy wykonać zbliżoną ilość pomiarów, przeciętnie od 2 do 6; w praktyce ilość pomiarów zależy także w znacznym stopniu od przewidywanego zastosowania projektowanego betonu (1). W efekcie zadanie prawidłowego zaprojektowania (i później kontroli jakości) mieszanki samozagęszczającej się jest procesem znacznie bardziej praco- i czasochłonnym oraz znacznie bardziej skomplikowanym od projektowania betonów tradycyjnych. Przy takiej ilości pomiarów bardzo korzystne byłoby uzyskanie ich powiązania za pomocą jakiegoś prostego modelu fizycznego lub empirycznego z parametrami reologicznymi mieszanki betonowej. W najprostszym przypadku możliwe jest dla BSZ przyjęcie modelu Binghama [1]:

$$\tau = \tau_0 + \dot{\gamma} \eta_{pl}$$
[1]

W tym modelu są dwa parametry reologiczne: granica płynięcia τ_0 oraz lepkość plastyczna η_{pl} . Według części autorów (3, 4), można za ich pomocą zdefiniować również prawidłowo parametry, których spełnienie będzie równoznaczne ze spełnieniem tradycyjnych

1. Introduction

The self-compacting concrete (SCC) designing demands much more tests, popularly called consistency measures, than in the case of traditional concrete. In the matter of fact, some of these tests, to be physically strict, are not consistency measures (as they not measure concrete fluidity), but they are checking one or more of self-compactibility criteria. The number of such criteria can be different, typically from 3 to 5, depending of the author (1,2). So, to verify the fulfilling of these criteria, appropriate set of tests is to be conducted. Typically 2 - 6 tests has to be done; in practice the total number of tests depends also of the designed concrete application (i.e. kind of structure and it's exposure class) (1). In consequence the problem of proper designing (and quality control next) of SCC mix is much more cost and time consuming and much more complicated in comparison with ordinary concrete. To simplify this problem, the correlation of the results of these tests with rheological parameters, using simple physical or empirical model, will be very useful. The most simple rheological model possible to use in case of SCC is Bingham one [1]:

$$= \tau_0 + \dot{\gamma} \eta_{\rho l}$$
 [1]

In this model there are only two parameters: yield stress τ_0 and plastic viscosity $\eta_{\rho'}$. According to some authors [e.g. (3,4)], it is possible to define self-compactibility criteria using only these two parameters, and such approach will be the considerably simplification of designing process.

kryteriów samozagęszczalności. Znacznie uprościło by to proces projektowania. Stąd też w dalszej części artykułu zostanie podany krótki opis wybranych modeli dotyczących powiązania kilku najbardziej popularnych metod pomiarowych stosowanych w przypadku mieszanek samozagęszczających się z parametrami reologicznymi oraz wyniki badań własnych w tym zakresie. Należy jednak zaznaczyć, że w przypadku BSZ model Binghama okazuje się często nieadekwatny. Wyznaczanie τ_0 klasyczną metodą ekstrapolacji prowadzi bowiem często do uzyskiwania wartości ujemnych tego parametru, co oczywiście świadczy o braku przydatności modelu. W związku z tym do opisu zachowania się mieszanek samozagęszczających się często stosuje się również trójparametryczny model Hershela-Bulkley'a o parametrach $\tau_{0 non}$, η_{non} , *n*, przy czym n najczęściej przyjmuje wartości większe od 1 [2].

$$\tau = \tau_{0 \text{ non}} + \eta_{pl \text{ non}} \tilde{\gamma}^n \qquad [2]$$

Oczywiście znacznie komplikuje to interpretację wyników. Aby ją uprościć, wykonuje się najczęściej linearyzację [2] do [1]. Najczęściej stosuje się w tym celu metodę podaną przez de Larrarda i in. (5), w której granicę płynięcia przyjmuje się jako wartość "rzeczywistą" (w praktyce zazwyczaj jest to ekstrapolacja przy $\dot{\gamma}_{min} \rightarrow 0$), a lepkość zastępczą Binghama wyznacza się z wzoru:

$$\eta'_{pl} = \frac{3\eta_{non}}{n+2} \dot{\gamma}^{n-1}_{max}$$
[3]

Wadą takiego uproszczenia jest zależność uzyskanej wartości lepkości od zastosowanego w badaniach zakresu pomiarowego (szczególnie od przyjętej wartości $\dot{\gamma}_{max}$), tym niemniej w przedstawionych niżej rozwiązaniach teoretycznych zawsze autorzy posługują się reologicznym modelem dwuparametrycznym (τ_0 , η_{pl}), często nawet nie podając, jak go uzyskali.

2. Aparatura badawcza

Wszystkie badania reometryczne wykonano prototypowym reometrem rotacyjnym RMB-2a, którego szczegółowy opis znaleźć można w pracach autora (2, 13). W reometrze tym używane są jednostki aparaturowe zamiast fizycznych, na przykład granicy płynięcia w modelu Binghama [1] odpowiada parametr g_{B} , [Nm], a lepkości plastycznej parametr h_{B} , [Nm s].

3. Średnica rozpływu stożka – D₀ [cm]

3.1. Rozważania teoretyczne

Modeli dotyczących stożka Abramsa opisano już ponad 10. Większość z nich jednak dotyczy symulacji opadu stożka, więc nie ma zastosowania w przypadku BSZ. Schemat takiego typowego modelu pokazany zostanie na przykładzie modelu Muraty (6), który taki model opracował prawdopodobnie jako pierwszy (w roku 1984). Schemat ten pokazano na rysunku 1.

W modelu tym zakłada się, że mieszanka w stożku płynie jedynie pod własnym ciężarem, czyli że jedynym źródłem obciążenia jest ciśnienie hydrostatyczne. W efekcie górna część stożka, aż In this context in the paper a brief presentation of selected models correlating a set of the results of the most popular SCC tests with the rheological parameters of these models, and the results of the author's studies concerning this problem, are given.

However, it must be underlined that in the case of SCC mixes Bingham model often appears to be inadequate. Trials to obtain τ_0 using classical extrapolation method often leads to the values lying under zero, which shows that this model can not be applied. Accordingly, to avoid this situation, in the case of SCC the Hershel-Bulkley model is frequently used (2). This model has three parameters τ_{0non} , η_{non} , n; and the value of parameter n is usually greater than 1.

$$\tau = \tau_{0 \text{ non}} + \eta_{pl \text{ non}} \tilde{\gamma}^n \qquad [2]$$

Obviously, interpretation of the test results in such case is much more complicated. For simplification a linearization method is applied, by substituting the equation [2] by equation [1]. The most often used method has been proposed by de Larrard *et al.* (5). In this method yield stress value is obtained as a "real" one (in practice it is usually an extrapolation for $\dot{\gamma}_{min} \rightarrow 0$), and apparent plastic viscosity is obtained from the equation [3].

$$\eta'_{pl} = \frac{3\eta_{non}}{n+2} \dot{\gamma}_{\max}^{n-1}$$
[3]

The disadvantage of such simplification is the dependence of apparent plastic viscosity from the used speed range ($\dot{\gamma}_{max}$). Nevertheless, in the all given below theoretical solutions, the authors always use two-parametric rheological model (τ_0 , $\eta_{\rho l}$), often without mentioning how these parameters have been obtained.

2. Methods

All author's rheometrical measurements have been made using prototype rotational rheometer called RMB-2a. The full description of this apparatus is given in the earlier papers of the author (2, 13). The results of the measurements with this rheometer are presented in arbitrary units, i.e. τ_0 is given by g_B [Nm] value, and $\eta_{\rho l}$ by h_B [Nms], accordingly.

3. Slump flow diameter – D_0 , cm

3.1. Theoretical analysis

More than 10 models describing flow in Abrams cone exist, but most of them concern the slump H_o , what means that they are not applicable in the case of SCC mixes. The scheme of such typical model is presented here on the example of probably the oldest existing analytical model described by Murata (6) in 1984. This sheme is shown on Fig. 1.

It is assumed that concrete mix flows during slump only under his own weight, i.e. the source of stress in cone is hydrostatic pressure alone. As a result, the radius of the upper part of the cone, down to the level of h_a (coresponding to τ_a value), remains unchanged. do głębokości h_o (mierząc od góry), odpowiadająca wartości τ_o , zachowuje pierwotną średnicę. Odkształca się tylko ta część stożka, która znajduje się poniżej tej granicy i jej wysokość zmienia się z początkowego h do końcowego h_d . Opadanie mieszanki ustaje w momencie, gdy naprężenia ścinające na poziomie zerowym (u podstawy stożka) w mieszance spadną do poziomu τ_o . Poszczególne modele opadu stożka różnie rozwiązują problem wyznaczenia granicy podziału między dwoma częściami stożka, a także metodę przewidywania postaci jaką przyjmuje jego część dolna. Modele rozpływu stożka są o tyle prostsze, że dzięki niskiej granicy płynięcia w przypadku BSZ można założyć, że górna nieodkształcona część stożka nie występuje. Przykładem takiego modelu jest podany przez Saaka i in. (7) model Helmutha, wyznaczony z warunku równowagi sił:

$$\tau_0 = \frac{\rho g V}{\pi r_0^2}$$
 [4]

gdzie: g – przyspieszenie ziemskie, V – objętość stożka, r_o – promień placka powstałego po zakończeniu opadu, wyznaczony z zależności:

$$r_0 = \sqrt{\left(\frac{336}{12 - H_0} - 3\right)} - 1$$
 [5]

Podobną zależność podaje Roussel ze współautorami (8, 9). Dla przypadku opadu stożka uzyskali oni zależność [6]:

$$\tau_0 = \frac{\rho g V}{\sqrt{3}\pi R_0^2} \tag{6}$$

gdzie *R*_o jest połową średnicy placka powstałego po zakończeniu rozpływu.

Rozpływ stożka opisali wzorem [7]:

$$\tau_0 = \frac{225\rho g V^2}{128\pi^2 R_0^5} + k \pi \frac{R_0^2}{4V} = \kappa_1 \frac{\rho}{D_0^5} + \kappa_2 D_0^2$$
[7]

We wzorze [7] drugi człon jest poprawką odpowiadającą dodatkowemu oporowi wywołanemu przez napięcie powierzchniowe cieczy oraz tarcie cząstek stałych. Według tych autorów ma on szczególnie duże znaczenie w przypadku zawiesin drobnoziarnistych (spoiwa).

Pozostałe modele opisujące rozpływ stożka są, podobnie jak większość modeli dotyczących opadu, czysto empiryczne, w związku z czym opisujące je funkcje bardzo się między sobą różnią i nie będą tutaj przytaczane. Jedynym wyjątkiem od tej reguły (to jest modelem częściowo analitycznym) jest model Liu i Dinga (10) o następującej postaci:

$$\tau_{0} = \frac{\rho g h_{d}}{6(r_{b} - r_{t})^{2}} \left(\frac{r_{b}^{2}}{2} + \frac{r_{b}^{3}}{r_{t}} - \frac{3r_{t}^{2}}{2} \right)$$
[8]

Jako uzupełnienie tego modelu autorzy podają dodatkowo zależność opisującą kształt placka po rozpływie stożka:

$$h_{d} = \frac{3V}{\pi (r_{b}^{2} + r_{b}r_{t} + r_{t}^{2})}$$
[9]



Rys. 1. Model Muraty - definicje zmiennych (6)

Fig. 1. Murata model - definitions of variables (6)

The lower part of the cone, below h_o level, became deformed and its height is changed from initial h to final h_d . The flow stops when shearing stress at the bottom plane of cone falls down to the τ_o level.

Particular models of slump solve the problem of defining the border between these two cone parts differently, and the way of predicting the deformation pattern of the lower part as well.

Models of slump flow are slightly simpler as, owing to low τ_o value in SCC mixes, it is possible to assume that the upper not deformed part of cone does not exist. The example of such model after Helmuth, described by Saak et al. (7), is obtained assuming force balance:

$$\tau_0 = \frac{\rho g V}{\pi r_0^2} \tag{4}$$

where: g – acceleration due to gravity, V – cone volume, r_o – final slump radius obtained from:

$$r_0 = \sqrt{\left(\frac{336}{12 - H_0} - 3\right)} - 1$$
 [5]

Similar relationships have been proposed by Roussel et al. (8,9). They derived models both for slump and slump flow. For slump they obtained equation [6]:

$$\tau_0 = \frac{\rho g V}{\sqrt{3}\pi R_0^2} \tag{6}$$

in which R_o is a half of concrete pile diameter after flow.

For slump flow they propose solution given by equation [7]:

$$\tau_0 = \frac{225\rho g V^2}{128\pi^2 R_0^5} + k \pi \frac{R_0^2}{4V} = \kappa_1 \frac{\rho}{D_0^5} + \kappa_2 D_0^2$$
[7]

The second term of equation [7] is the correction due to additional resistance caused by surface tension of liquid and by wet friction of solids. In authors' opinion (8,9) this correction is very important in the case of fine-grained suspensions (e.g. binder).

The other models of slump flow have, similarly to the most of slump models, wholy empirical provenience and their mathematical formulations differs very much. That is why they are omitted in ongoing review. There is only one exception of this "rule" i.e. semi-analytic model presented by Liu and Ding (10). They propose the equation [8]: We wzorach tych r_b i r_t to odpowiednio promień dolnej i górnej płaszczyzny placka, po rozpływie stożka. Autorzy przyjmują przy tym *a priori,* że $r_t = 0.8 r_b$. Równocześnie nie podają ani pełnego wyprowadzenia, ani weryfikacji doświadczalnej powyższych zależności, więc trudno ocenić ich adekwatność.

Charakterystyczną cechą opisywanych zależności jest przyjęcie dwóch funkcji bazowych. Pierwszej opisującej kształt placka po zakończeniu rozpływu stożka, (a więc zależności wiążącą wysokość placka H_0 z jego średnicą D_0), a drugiej będącej równaniem konstytutywnym w postaci równania równowagi sił [6, 7], lub równania prędkości [8-10]. W najprostszym przypadku jako równanie konstytutywne można przyjąć założenie Muraty (7), w którym jedyną siłą działającą w czasie przepływu mieszanki jest ciśnienie hydrostatyczne, Wtedy możemy dla momentu ustania przepływu napisać:

$$\tau_0 = \rho V g H_0$$
 [10]

Zakładając dodatkowo, że zależność opisująca kształt przyjmie postać funkcji drugiego stopnia, a najprościej połówki elipsoidy obrotowej, otrzymamy:

$$V = \frac{1}{6} \pi D_0^2 H_0 \quad \text{czyli} \quad H_0 = \frac{6V}{\pi D_0^2}$$
[11]

a stąd:

$$\tau_0 = \frac{6\rho g V^2}{\pi D_0^2} = \kappa_1 \frac{\rho}{D_0^2}$$
[12]

Widać tu analogię do równań [4], [6] i [8]. Od równania [7] równanie [12] różni się tylko brakiem poprawki oraz wykładnikiem potęgi przy D_o . Wykładnik ten przy tych założeniach zależy od stopnia przyjętej jako funkcja kształtu krzywej, a więc niekoniecznie krzywej drugiego stopnia. Na tej podstawie do weryfikacji doświadczalnej można przyjąć model ogólny w formie zależności:

$$\tau_0 = \kappa_1 \frac{\rho}{D_0^m} + \kappa_2$$
 [13]

Zapiszmy teraz równanie [12] dla sytuacji, gdy stożek osiągnie rozpływ x cm. Otrzymamy:

$$\tau_x = \kappa_1 \frac{\rho}{\chi^2}$$
[14]

Dzieląc stronami [14] przez [12] otrzymamy:

$$\frac{\tau_x}{\tau_0} = \frac{H_x}{H_0} = \frac{D_0^2}{x^2} = a D_0^2$$
 [15]

W tej postaci funkcja ta jest poprawką uwzględniającą lepkość, gdyż ten iloraz jest miarą względnej prędkości rozpływu mieszanki do określonej średnicy (analog czasu T_{50} – patrz punkt 4.1.). Co więcej, jest to ta sama funkcja co wprowadzona przez Roussela i in. (8, 9); poprawka we wzorze [7]. Dzięki temu, zakładając że funkcja opisująca kształt będzie innego stopnia niż drugi, można zapisać ostateczną postać wzoru [13]:

$$\tau_0 = \kappa_1 \frac{\rho}{D_0^m} + \kappa_2 D_0^n + \kappa_3$$
 [16]

$$\tau_{0} = \frac{\rho g h_{d}}{6 (r_{b} - r_{t})^{2}} \left(\frac{r_{b}^{2}}{2} + \frac{r_{b}^{3}}{r_{t}} - \frac{3r_{t}^{2}}{2} \right)$$
[8]

As addition to the model authors (10) give the function [9], representing the cone shape:

$$h_d = \frac{3V}{\pi (r_b^2 + r_b r_t + r_t^2)}$$
[9]

In these equations r_b and r_t are radii of bottom and top cone surfaces after deformation, respectively. The authors (10) assume *a priori* that $r_t = 0.8r_b$. However, they show neither complete mathematical solution, nor experimental verification of their model, that is why it is difficult to assess its validity and/or accuracy.

The characteristic feature of described relationships are the assumptions concerning existence of two functions. The first one is a shape function (i.e. function connecting the height of concrete pile after flow H_o with its diameter D_o) and the second one is a constitutive equation (e.g. force balance [6],[7]), speed of flow [8]-[10] etc.). In the simplest case, as a constitutive equation it can be assumed Murata (7) solution, i.e. that the only acting force during flow is hydrostatic pressure. In such a case, for the moment of flow end it can be written:

$$\tau_0 = \rho V g H_0$$
 [10]

Assuming additionally that shape function is given by second order function, e.g. a half of ellipsoid, we have:

$$V = \frac{1}{6} \pi D_0^2 H_0 \quad \text{or} \quad H_0 = \frac{6V}{\pi D_0^2}$$
[11]

and the following relationship is obtained:

$$\tau_0 = \frac{6\rho g V^2}{\pi D_0^2} = \kappa_1 \frac{\rho}{D_0^2}$$
[12]

The analogy to equations [4], [6] and [8] is clear. The formula [12] differs form [7] only by the lack of correction term and D_0 exponent value. This value in the case of applied assumptions depends of shape function which can be of other than second order. On this basis to experimental verification has been chosen the general formula [13]:

$$\tau_0 = \kappa_1 \frac{\rho}{D_0^m} + \kappa_2$$
 [13]

Let us rewrite equation [12] for the case, when slump flow reaches the diameter of x cm:

$$\tau_x = \kappa_1 \frac{\rho}{x^2}$$
[14]

Dividing by sides equations [14] by [12] we obtain:

$$\frac{\tau_x}{\tau_0} = \frac{H_x}{H_0} = \frac{D_0^2}{x^2} = a D_0^2$$
[15]

In this form the function [14] is a correction respecting viscosity, as this quotient is a measure of apparent speed of flow to obtain given diameter (an analog of T_{50} time – see p. 4.1). Moreover, it is the same function to the one of derived by Roussel et al. (8, 9)

W modelu tym dodano także dodatkowy wyraz wolny (κ_3), który eliminuje występujący w modelu Saaka i in. (7) (równanie [4]) przypadek, w którym woda ma rozpływ nieskończony. Autorzy ci, (7), tłumaczą to nie uwzględnieniem w modelu [4] sił kohezji. Podobny problem dotyczy do pewnego stopnia także modelu [7], w którym dla wody występuje błąd wynoszący około 1,5 rzędu wielkości (9).

3.2. Weryfikacja doświadczalna

Weryfikacją doświadczalną objęto cztery serie mieszanek. Były to mieszanki samozagęszczające się z popiołem lotnym (PL) na kruszywie otoczakowym (seria 1), zaprawy samozagęszczające się z PL (seria 1z), mieszanki samozagęszczającego się betonu wysokiej wytrzymałości z pyłem krzemionkowym (PK) na kruszywie łamanym bazaltowym (seria 2) i granitowym (seria 3) oraz podobne mieszanki jak seria 2 i 3, lecz dodatkowo z popiołem lotnym i tylko na kruszywie granitowym (seria 4). Szczegółowe dane dotyczące tych badań znaleźć można we wcześniejszych pracach autora (2, 11, 12). Zgromadzony materiał musiał zostać podzielony na odrębne serie ze względu na różnice w konfiguracji reometru (stosowano sondy o łopatkach o dwóch różnych szerokościach oraz dwa różne czujniki momentu obrotowego). Wyniki tych badań wykorzystano również do weryfikacji modeli czasu osiągnięcia rozpływu 50 cm (T_{50}). Dla rozpływu stożka wykonano porównanie modeli [4], [6], [7] (w wersji bez poprawki i w wersji pełnej) oraz [16] (również w wersji bez poprawki i w wersji pełnej). Wyniki ścisłości dopasowania modelu do wyników badań zestawiono w tablicy 1. W tablicy tej wykorzystano zapis zmiennych zastosowany we wzorze [16]. Na rysunku 2 pokazano przykładowe wykresy wraz z zaznaczonymi zakresami błędu odpowiadającymi około ± 1 cm rozpływu stożka. Znaczne różnice w wielkości stałych materiałowych pomiędzy seriami w tablicy 1 wynikają z różnej konfiguracji reometru.

Przeprowadzając aproksymację przyjęto, że m i n są liczbami naturalnymi zmieniającymi się w granicach od 1 do 6. "brak R²_{max}" oznacza, że albo wewnątrz tego przedziału nie udało się uzyskać maksymalnej wartości R^2 (to jest maksimum przypadło przy m =n = 6), albo że metoda najmniejszych kwadratów nie dała zbieżnych wyników. Wyników z serii 2 i 4b w tablicy 1 nie umieszczono ze względu na duże ich rozrzuty, spowodowane przez problemy związane z dokładnością działania aparatury (12). Ponadto okazało się, że dla każdej serii mieszanek najlepszy okazał się inny model. Może to wynikać z niskiego poziomu dokładności modelu albo / oraz z faktu, że w każdej serii kształt placka z mieszanki był nieco inny ze względu na zastosowanie innych składników (funkcji kształtu placka po ustaniu przepływu niestety doświadczalnie nie weryfikowano). Należy też wziąć pod uwagę, że badano tylko wykładniki będące liczbami naturalnymi, odpowiadającymi jednoczynnikowej funkcji wiążącej Do i V. Niektóre modele oparte są o funkcje kilkuczynnikowe (na przykład równanie [9]), co przy aproksymacji funkcją jednoczynnikową doprowadziłoby do uzyskania wykładników ze zbioru liczb rzeczywistych. Najlepsze modele miały niskie wartości n. Jedyny przypadek, gdy wersja m = n okazała się najlepsza dotyczył m = n = 2 dla zapraw, w przypadku których nie występuje wzrost rozrzutu wyników badań reomeas correction factor in equation [7]. Owing to this, and assuming that the shape function has the order different from two, equation [13] can be rewritten in the form:

$$\tau_0 = \kappa_1 \frac{\rho}{D_0^m} + \kappa_2 D_0^n + \kappa_3$$
 [16]

The additional constant (κ_3) has been added to this model. This constant is capable for diminishing the [shown in (7)] effect, in which the model [4] for water foresees infinite flow. Saak et al. (7) explain this phenomenon by overlook of the cohesion forces in this model. Similar problem is met also in the model [7], which gives for water the error of about 1,5 of order of magnitude (9).

3.2. Experimental verification

For experimental verification of the model [16] four experimental series of experiments has been conducted. In series 1 SCC with fly ash (FA) and gravel as aggregate were used, in series 1z - SCC mortars with binder of series 1, in series 2 - HSSCC containing silica fume (SF) instead of FA and basalt aggregate, in series 3 - the same constituents as in series 2, but with granite instead of basalt, and finally in series 4 - constituents like in series 3, but also with FA. Detailed data about these research programme can be found in earlier author papers (2, 11, 12).

Obtained results has to be divided into separate series due to differences in rheometer configuration (different probes having blades of two widths, and different torque meters). The same results were also used for verification of the models for time calculation to reach the 50 cm flow diameter (T_{50}) [point 4.2]. For slump flow verification four models have been proposed namely [4], [6], [7], the last in version with and without the correction term, as well as [16] also in these two versions. In Table 1 the results of least square approximation for all experimental series [coefficients and R² values] are presented. On Fig. 2 an example of tests results with error interval referring to c.a. \pm 1 cm of slump flow is shown. Rather big differences between coefficients are the result of different rheometer configurations.

It has been assumed, for approximation, that *m* and *n* are natural numbers, changing in the range of 1-6. "no R^2_{max} " means that either in the assumed range obtaining the highest value of R^2 was not possible (i.e. R^2_{max} was obtained for m = n = 6), or the least square method had not been convergent.

The results of series 2 and 4b has been omitted in the Table 1 due to high discrepancy of obtained results. It was caused by problems with data acquisition accuracy (12). Moreover, for each series the results are different – in every case different model is the best. It can be caused either by low model accuracy and / or by the fact, that in each series the concrete pile shape was different, because of different materials used (shape function has not been verified experimentally). It is also important that only natural exponents have been tested. Such an assumption means that function correlating D_0 and V is one-term function. Some models (e.g. equation [9]) are based on multi-term functions. In analysis of such models

trycznych, związany z blokowaniem łopatek mieszadła przez najgrubsze ziarna kruszywa. Oznacza to, że na uzyskanym poziomie dokładności nie ma podstaw do odrzucenia postawionej przez Roussela i in. (8) hipotezy, że ewentualna poprawka powinna mieć n = 2.

Biorąc pod uwagę fakt, że pomiary w przypadku zapraw (seria 1z) wykonano na stożku do zapraw ($H = 30 \text{ mm}, r_b = 100 \text{ mm}, r_t = 70 \text{ mm}$), na uzyskanym poziomie dokładności potwierdzono wysuniętą przez Saaka i in. (7) hipotezę, że przy odpowiedniej konstrukcji modelu można go stosować do stożków o dowolnych wymiarach.



Rys. 2. Przykładowa zależność $g_{\scriptscriptstyle B}$ = $f(\rho,D),$ w przypadku BSZWW na kruszywie granitowym, model [9]

Fig. 2. An example of function $g_B = f(\rho, D)$, measurement results for SCC mixes with granite aggregate, model [9]

Tablica 1 / Table 1

MODELE ZALEŻNOŚCI $g_B = f(D_0)$ O NAJWYŻSZYM STOPNIU DOPASOWANIA (R²)

 $g_B = f(D_0)$ MODELS WITH THE HIGHEST R^2 VALUES

równanie / stała equation/ coefficient	[4] lub/or [6]	[7] bez poprawki without correction	[7] z poprawką with correction	[16] m = n	[16]	[16] n=2		
		Ser	ia/Series 1z	1	1			
κ ₁	0,0555	0,0002		0,0637	brak/no R² _{max}	0,0637		
κ ₂	-	-		0,0796		0,0796		
К ₃	-0,0963	-0,0227	brak/no R² _{max}	-0,1327		-0,1327		
m	2	5		2		2		
n	-	-		2		2		
R ²	0,662	0,647		0,683		0,683		
Seria/Series 1								
κ ₁	0,908	0,0362		0,0408	0,0408	brak/no R² _{max}		
К2	-	-	brak/no R² _{max}	-0,0167	-0,0167			
κ ₃	-0,3521	-0,1278		-0,0867	-0,0867			
m	2	5		5	5			
n	-	-		5	5			
R ²	0,872	0,794		0,736	0,736			
		Se	ria/Series 3		·			
κ ₁	0,0688	0,0051	0,0081	0,0569	0,0089	0,0032		
κ ₂	-	-	-0,0142	0,0222	0,0401	0,0096		
κ ₃	-0,0202	-0,0058	-0,0033	-0,554	-0,0616	-0,0225		
m	2	5	5	5	5	6		
n	-	-	2	5	1	2		
R ²	0,540	0,618	0,641	0,639	0,641	0,642		
		Ser	ia/Series 4a		·			
κ ₁	0,0143	0,0074	-0,0791	-0,0496		brak/no R² _{max}		
κ ₂	-	-	-0,3317	-0,068	-			
κ ₃	-0,0099	0,026	0,6836	0,2757	brak/no			
m	2	5	5	5	R ² _{max}			
n	-	-	2	5	1			
R ²	0,095	0,054	0,614	0,581	1			

Czas rozpływu stożka do średnicy 50 cm – T₅₀ [s]

4.1. Rozważania teoretyczne

Wszyscy autorzy przez wiele lat przyjmowali *a priori*, że ten pomiar konsystencji jest powiązany z lepkością plastyczną występującą w modelu Binghama i in. [na przykład (1, 14)], lecz dowody na taką zależność były słabe. Na przykład Nielsson i Wallevik (15), a także Utsi i in. (16) otrzymali krzywe pokazujące mniej więcej liniową zależność regresyjną, jednak bez podania ścisłości dopasowania. Utsi i in. (16) pokazali ponadto, że lepsze dopasowanie można uzyskać poprzez pogrupowanie wyników w oparciu o wyniki innych pomiarów konsystencji, na przykład D_0 lub T_v , co dowodzi że wyniki uzyskane tymi metodami należy wiązać z obydwoma parametrami reologicznymi, a nie tylko z lepkością. Dopiero w ostatnich kilku latach pojawiły się nieliczne próby udowodnienia tej hipotezy. Przedstawione zostaną tutaj dwie najbardziej charakterystyczne i równocześnie o zweryfikowanej przydatności. Pierwszy taki model [17] opracowali de Larrard i Serdan (4).

$$\eta_{\rho l} = \frac{\rho g}{10^4} \left(0,026 D_0 - 2,39 T_{50} \right)$$
 [17]

Esping (17) zaproponował z kolei następującą zależność:

$$T_{50} = 0,002 \tau_0 \eta_{pl}$$
[18]

Wzory te mają charakter doświadczalny. Opracowano je na podstawie dużego zbioru wyników. Potwierdzają one postawioną powyżej tezę o powiązaniu wyników pomiaru T_{50} z obydwoma parametrami reologicznymi, przy czym można zastosować dwa podejścia: albo wiązać lepkość z wynikami dwóch metod badania konsystencji, albo wynik pomiaru pokazać jako efekt wpływu dwóch parametrów reologicznych. W przedstawionej poniżej analizie teoretycznej przyjęto to pierwsze rozwiązanie, jako że w praktyce taki kierunek wydaje się być korzystniejszy. Zazwyczaj chcemy bowiem sprawdzić wartość parametrów reologicznych na podstawie pomiarów konsystencji, a nie odwrotnie. Jako podstawę przyjęto podaną w punkcie 3.1. własną interpretację poprawki we wzorze [7] to znaczy wzory [14] i [15]; jest to miara z jednej strony oporu tarcia (reprezentowanej przez granicę płynięcia), a z drugiej prędkości rozpływu mieszanki, czyli lepkości plastycznej. W efekcie do weryfikacji przyjęto następujący wzór empiryczny:

$$\eta_{\rm pl} = \kappa_1 \ T_{50} \ D_0^{\ n} + \kappa_2 \tag{[19]}$$

Przy czym preferowaną wartością wykładnika *n* jest 2, to znaczy przy założeniu funkcji kształtu jako funkcji drugiego stopnia, tak jak w równaniach [14] i [15]. Przyjęcie takich założeń jest uzasadnione także i z tego powodu, że zbadana przez Thrane i in. (23) prędkość poruszania się czoła mieszanki w czasie rozpływu stożka okazała się bardzo zmienna: w podanym przez autorów przykładzie występuje najpierw jej wzrost od 0 do 0,7 m/s, a następnie stopniowy spadek do około 0,4 m/s. using presented here method (i.e. by one-term function simplification) leads to the exponents having real number values. The best models had low *n* values. The only case, when the solution m = n =2 appeared to be the best, are the mortars (series 1z), for which the rheometric test results discrepancy is much lower than for concrete, owing to low maximum size of aggregate (i.e. blocking of probe blades by coarse aggregate grains). These results confirm that for the found accuracy level the hypothesis proposed by Roussel et al. (8) that the correction term should have n = 2 can not be rejected.

Taking into account that the mortars have been tested in Haegerman cone ($H = 30 \text{ mm}, r_b = 100 \text{ mm}, r_t = 70 \text{ mm}$), the obtained accuracy level have proved the thesis of Saak et al. (7) stating that the proper model gives good results, regardless of cone dimensions.

4. The time of slump flow to reach 50 cm diameter – T_{50} [s]

4.1. Theoretical analysis

For a long time there had been presented a general opinion that this consistency measure is correlated only to plastic viscosity (1, 14), but the proofs of this statement were very weak. For instance Nielsson and Wallevik (15) or Utsi et al. (16) have found the curves showing that such more or less linear tendency may exist, but without giving R² values. Moreover, Utsi et al. (16) have shown additionally that better correlation can be received when results are divided into separate groups, according to the values obtained with other consistency tests, i.e. D_o or T_V . It is an indirect proof that T_{50} test results are related to both rheological constants of Bingham model, not only to $\eta_{\rho l}$. Only recently few papers were published trying to obtain the confirmation of this correlation. Two of them, in author's opinion the most interesting and with verified accuracy, are described below. The first model of this type has been proposed by Serdan and de Larrard (4):

$$\eta_{pl} = \frac{\rho g}{10^4} \left(0,026 D_0 - 2,39 T_{50} \right)$$
 [17]

Esping (17) proposed another solution:

$$T_{50} = 0,002 \tau_0 \eta_{\rho l}$$
[18]

These both models are purely empirical. They have been established basing on vast own authors' experimental data. Their mathematical formulation supports the mentioned above hypothesis of the T_{50} time correlation with both rheological parameters. It follows that two different approaches are possible: correlate plastic viscosity with two consistency tests results or to correlate the T_{50} test results with two rheological constants. In the author's theoretical analysis, shown below, the first approach has been applied, as this method seems to be more convenient for engineering practice. Evaluation of rheological parameters on the basis of simple consistency tests is more popular practical solution than the reverse situation. As a basis for this solution the author's approach of variable correction in equation [7], i.e. functions [14] and [15] were proposed, as shown in point 3.1. Firstly it includes frictional

4.2. Weryfikacja doświadczalna

Weryfikację doświadczalną modelu [19] podano w tablicy 2, przy czym badania wykonano na tych samych seriach, które opisano w punkcie 3.2. W tablicy 2 podano modele, w których n = 2 oraz modele o najwyższej wartości współczynnika dopasowania R^2 . Na rysunku 3 pokazano przykładowe rozkłady tych zależności.

Współczynniki ścisłości dopasowania R² przy założeniu dokładności \pm 1s i \pm 1cm, odpowiadającej mniej więcej zakresom błędu na rysunku 3, z wyjątkiem obejmujących serię 4b, uznać należy za wysokie. Obniżenie dokładności wyników pomiarów w przypadku tej serii jest wynikiem użytej aparatury [porównaj (12) oraz uwagi w punkcie 3.2]. Oznacza to, że model [19] przeszedł weryfikację pozytywnie. Jeżeli chodzi o wartość n to tylko w jednym przypadku wykładnik n = 2 okazał się najlepszy. Powodem mogą być dwie przyczyny, które łącznie doprowadziły do takiego wyniku. Po pierwsze, wykładnik ten zależy od rodzaju funkcji opisującej kształt placka z mieszanki po rozpływie stożka (porównaj punkt 3.1). Po drugie, wyniki zebrane w tablicy 2 wskazują na prawdopodobieństwo występowania związku pomiędzy optymalną wartością n i R² danego modelu – czym wyższa wartość R² [i czym większa seria badawcza - porównaj prace (2, 11 i 12)] tym niższa wartość n. Można więc oczekiwać, że w przypadku R² bliskich jedności wartość n będzie bliska 2. Na tej podstawie przyjęto, że wartość tę należy na obecnym etapie badań uznać za najbardziej prawdopodobną, co pozwala, aby wzór [19] zapisać następująco:

$$\eta_{\rho l} = \kappa_1 \ T_{50} \ D_0^2 + \kappa_2$$
 [20]

Czas wypływu mieszanki lub zaprawy z lejka V (V-funnel) – T_v [s]

5.1. Rozważania teoretyczne

Uważa się, że wyniki uzyskane tą metodą zależą od lepkości plastycznej mieszanki, gdyż lejek V jest modyfikacją lejka Marsha, w przypadku którego występowanie takiej zależności jest od dawna udowodnione [porównaj na przykład (6, 14)]. Tym nie-

Tablica 2 / Table 2

MODELE ZALEŻNOŚCI $h_B = f(D_0 i T_{50})$ O NAJWYŻSZYM STOPNIU DOPASOWANIA (R²)

 $h_B = f(D_0 AND T_{50})$ MODELS FOR n = 2 AND n GIVING THE HIGHEST VALUE OF COEFFICIENT R²

Seria/stała Series/ coefficient	1 szerokie łopatki wide blades	2 wąskie łopatki narrow blades	3 szerokie łopatki wide blades	4a szerokie łopatki wide blades	4b wąskie łopatki narrow blades	4a+2 szerokie łopatki wide blades	4b+2 wąskie łopatk narrow blades
κ ₁	0,2324	0,0188	33,216	0,0165	0,0083	0,018	0,0084
K ₂	-0,4388	0,0293	2,5309	0,0539	0,0250	0,0371	0,0302
n	2	2	2	2	2	2	2
R ²	0,809	0,598	0,670	0,712	0,514	0,713	0,500
К ₁	0,2331	0,0221	39,177	0,0161	0,0080	0,017	0,0272
K ₂	-0,4367	-0,0128	3,3155	0,0277	0,0137	0,0291	0,0077
n	1,98	5,04	4,372	3,69	3,69	3,31	3,31
R ²	0,809	0,632	0,682	0,797	0,569	0,750	0,496

resistance (represented by τ_o), and secondly – the apparent speed of flow (i.e. η_{pl}). As a result an empirical equation [19] is proposed.

$$\eta_{\rm pl} = \kappa_1 \ T_{50} \ D_0^{\ n} + \kappa_2 \tag{19}$$

In this equation the preferred value of exponent n is 2, which is derived from the assumption that the shape function is of the second order, as in equations [14] and [15]. This hypothesis finds also support in the work of Thrane et al. (23). They have measured the speed of the cone front during flow, showning that it is changing in a very broad range: in the given example it changes form 0 at the very beginning up to about 0.7 m/s maximum and next drops down to about 0.4 m/s, just before the flow end.

4.2. Experimental verification

In table 2 experimental verification of the model [19] is given. For the verification the same experiments presented in point 3.2 were used. In the table 2 coefficients and R^2 values for n = 2 and for the *n* giving the highest value of coefficient R^2 are presented. In Fig. 3, as an example, the data of two chosen cases are presented.

 R^2 values, assuming the accuracy of $\pm 1 \text{ s i} \pm 1 \text{ cm}$, corresponding approximately to the error range shown in Fig. 3., can be assessed as high, except the data of 4b series. Lower accuracy of 4b series results from the testing apparatus characteristics [see p. 3.2 and (12)]. It means, that model [19] has to be treated as positively verified. The value of exponent n = 2 only in one case was the best. Two causes are possible; both of them can have influence on observed *n* values. Firstly, exponent *n* depends on the type of concrete pile shape function (see point 3.1). Secondly, the results presented in table 2 show that there is a strong coincidence between optimum n value and corresponding R^2 value: the higher R^2 and more numerous data set [see (2, 11, 12)] the lower is n. That is why it can be expected that in the case of R^2 approaching 1 corresponding *n* has to approach the value of 2. Basing on this conclusion it is considered that n = 2 is the most probable value of this parameter in presented here analysis. Assuming, the equation [19] can be rewritten in the following form:

$$\eta_{pl} = \kappa_1 T_{50} D_0^2 + \kappa_2$$
 [20]

mniej dane dotyczące powiązania wyników uzyskanych tą metodą z parametrami reologicznymi są bardzo nieliczne. Jedne z pierwszych usystematyzowanych prób podjęli Nielssen i Wallevik (15), oraz Utsi, Emborg i Carlsward (16). Podają oni jednak jedynie krzywe, na których układają się punkty pomiarowe lub jedynie ich dopasowanie liniowe, lecz bez oceny ścisłości korelacji. Utsi i in.(16) próbują również zróżnicować cały duży zbiór danych poprzez jego podział na przedziały. Granice tych przedziałów wyznaczają wartości parametrów uzyskanych w wyniku pomiarów D_0 i T_{50} . Wydaje się to wskazywać, że, do pewnego stopnia, także granica płynięcia mieszanki τ_0 może mieć wpływ na T_{V} .

Dotychczas nie opracowano modelu analitycznego obejmującego T_{ν} . Można podać kilka modeli empirycznych, na przykład (19) lub własny autora niniejszej publikacji (18), jednak różnią się one bardzo pod względem występujących w nich zmiennych oraz zapisu znalezionej funkcji, co powoduje, iż nie można na nich opierać modelu fizycznego.

Jest natomiast bardzo ciekawy model dotyczący wypływu zaczynu z cementu wiertniczego z typowego lejka Marsha. Roussel i Le Roy (20) uzyskali zależność wiążącą czas wypływu zaczynu z lejka *t* z granicą płynięcia i lepkością plastyczną o postaci:

$$t = \frac{b_1 \eta_{\rho}}{\rho - b_2 \tau_0}$$
[21]

gdzie: b_1 i b_2 – stałe zależne między innymi od geometrii lejka oraz od objętości wypływającej cieczy, ρ – gęstość badanej cieczy.

Jak widać, czas wypływu cieczy z aparatu jest proporcjonalny do obydwu parametrów reologicznych: wprost proporcjonalny do η_{pl} i odwrotnie proporcjonalny do τ_0 . Nie jest więc to wielkość zależna tylko od lepkości, co do niedawna przyjmowano niemal jako pewnik [porównaj na przykład (14)], i co więcej, nadal utrzymuje się takie przekonanie (1). Zależność [21] jest słuszna tylko w przypadku stałej prędkości wypływu cieczy z lejka, to znaczy, że przepływ Q można zapisać jako prostą funkcję liniową czasu i objętości:

$$Q = V/t$$
 [22]

W przeciwnym przypadku zagadnienie staje się skomplikowanym równaniem różniczkowym, niemożliwym według tych autorów (20) do analitycznego rozwiązania (między innymi przestaje być liniowe ze względu na wpływ τ_0). Bowiem w przypadku wypływu ze stałą prędkością wpływ τ_0 ogranicza się jedynie do spowolnienia tego wypływu z powodu tarcia, co można łatwo przedstawić w postaci funkcji liniowej. Pod koniec wypływu ciśnienie zmniejsza się wolniej niż wynika to z podanej zależności, czyli wpływ granicy płynięcia się zmniejsza. W efekcie obserwuje się krótsze czasy wypływu *t* niż wynika to ze wzoru [21]. Z tego względu autorzy ograniczają pomiar czasu do przedziału od chwili rozpoczęcia wypływu



Rys. 3. Przykładowa zależność $h_B = f(T_{50}, D_0)$ (serie 2+4a i 2+4b)

Fig. 3. An example of $h_B = f(T_{50}, D_0)$ model, results of series: 2+4a and 2+4b

5. V-funnel time – T_v [s]

5.1. Theoretical analysis

This test is typically correlated with plastic viscosity, as V-funnel is the modification of Marsh cone, for which existence of such dependency is proved (6,14). Nevertheless, published papers concerning existence of correlation of V-funnel test results with rheological parameters are very seldom. One of the first systematic attempts on this correlation are of Nielssen and Wallevik (15), and Utsi et al. (16), but their works are far from being comprehensive. They present only figures with experimental results without any regression analysis, or with linear regression analysis, but without R^2 value. The second authors try also to differentiate their big data set by dividing them on parts. Every part range is defined by levels of results of D_0 and T_{50} tests. It is a strong suggestion that to some extent the influence of τ_0 on V-funnel test results also exist.

So far, analytical model embracing T_v does not exist. It is possible to find only a few empirical models, for example (19), or the model proposed in the author earlier paper (18). These models are quite different. These differences cover both variables set and type of functions, which means that they can not present the basis for an analytical model. Nevertheless, does exist a very interesting model solving the problem of flow of Bingham fluid from the typical Marsh cone. The model has been presented by Roussel and Le Roy (20). They have proposed a formula correlating the time of flow of fluid from cone *t* with the both Bingham rheological parameters [21].

$$t = \frac{b_1 \eta_{\rho l}}{\rho - b_2 \tau_0}$$
[21]

 b_1 and b_2 – constants depending on cone geometry (including volume of fluid),

 ρ – fluid density.

(lejek pełny) do chwili, w której w lejku pozostaje około 40% objętości wyjściowej. W przypadku pomiaru lejkiem V następuje całkowite opróżnienie urządzenia, więc założenie to nie jest spełnione.

Drugim ważnym założeniem wpływającym na opisywaną funkcję (na wartości stałych b_1 i b_2) jest kształt pojemnika z cieczą. Ponieważ według autorów (20) model [21] można stosować pojemnik zarówno o kształcie stożka jak i walca, (stałe b, i b, przyjmują wtedy inne wartości) nie ma pod tym względem ograniczeń w jego stosowaniu w przypadku lejka V. Autorzy (20) podają jeszcze jedno ważne ograniczenie dla wyprowadzonej przez siebie zależności: im badana ciecz ma mniejszą lepkość, tym różnica pomiędzy podaną zależnością a wynikami praktycznymi jest większa. W przypadku wody z wzoru wynika czas rzędu 0,1s, zaś w praktyce czas ten wynosi około 6s. Najprostszą metodą usunięcia obydwu wyżej podanych ograniczeń jest sprowadzenie ich do jednej - dwóch spójnych poprawek w postaci albo oddzielnego czynnika, bądź dodatkowego współczynnika do istniejącego wzoru. Zmniejszający się w czasie wpływ granicy płynięcia można uwzględnić na dwa sposoby. Pierwszym z nich jest dodanie do czynnika τ_0 wykładnika potęgi (<< 1) zmniejszającego wpływ τ_0 , a drugim – dodanie funkcji poprawkowej zależnej od rojako niezależnego składnika modelu. Jeżeli zaś chodzi o poprawkę uwzględniającą lepkość, to na podstawie doświadczeń przedstawionych w punkcie 4.2. stwierdzono, iż najprościej będzie sprowadzić ją do dodatkowego czynnika, analogicznego do występującej we wzorze [16] stałej κ_3 , odpowiedzialnej za kohezję. W efekcie możliwe są dwa sformułowania modelu empirycznego. W pierwszym przypadku otrzymamy następującą zależność:

$$T_{V} = \frac{b_{1}\eta_{\rho l}}{\rho - b_{2}\tau_{0}^{n}} + b_{3}$$
[23]

przy czym stała b_3 w pewnych przypadkach może być równa zeru, a w drugim:

$$T_V = \frac{b_1 \eta_{pl}}{\rho - b_2 \tau_0} + f(\tau_0)$$
 [24]

5.2. Sprawdzenie doświadczalne

W celu weryfikacji opisanych modeli wykonano pomiary, których szczegóły przedstawiono we wcześniejszej pracy (21). Badania te objęły łącznie 28 pomiarów konsystencji oraz pomiarów reologicznych. Głównym celem badań było objęcie nimi możliwie szerokiego przedziału konsystencji. Mieszanki charakteryzowały się rozpływem D_o w przedziale od 45 do 79 cm i czasem rozpływu T_{50} od 1,5 do 13 s. Uzyskane wyniki zestawiono w tablicy 3. Tablica ta oprócz modeli [21, 23, 24] obejmuje również wyniki dopasowania najprostszym wzorem liniowym [25], potęgowym [26], oraz wariantów wzoru [23] (n = 1, a $b_3 = 0$). Najlepsza poprawka do wyrazu wolnego (wzór [24]) ma postać funkcji liniowej [27]:

$$T_V = b_1 + b_2 h_B$$
 [25]

$$T_V = b_1 h_B^n$$
 [26]

$$T_V = \frac{b_1 h}{\rho - b_2 g} + b_3 g_B$$
 [27]

This model shows that the time of fluid flow out from the apparatus is proportional to both rheological constants: linearly proportional to $\eta_{\rho l}$ and reciprocally proportional to τ_0 . It is then clear, that this variable is not only proportional to viscosity, what recently had been stated almost as tenet [for example (14)], and, what is more important, is still being supported (1). The formula [21] is valid only in the case of constant speed of fluid flow from the cone nozzle, what means that flow rate Q can be treated as a simple linear function of time and volume:

$$Q = V/t$$
[22]

In the opposite case the problem became very complicated and is presented as differential equation possible to solve only numerically, thus it is not linear in the case of τ_0 . The authors (20) explain this phenomenon by the fact that in the case of constant fluid speed the influence of τ_0 is limited only to slowing it down, due to friction, what can be written in the form of linear function. Near the end of flow, pressure lowers down slower than it is expressed in equation [22], what leads to the effect of diminishing τ_0 influence. As a result shorter flow times *t* are observed, as it is forecasted by the formula [21]. That is why the authors (20) have limited the time measurements to the interval between full cone and point, when 40% of material was leaving the cone. In the case of V-funnel, flow is performed till the funnel is empty, so this assumption is not valid.

The second, very important assumption is a vessel shape and size (for estimating b_1 and b_2 values). According to (20) the model [21] can be adopted for vessels of different shape; the authors (20) used cone and cylinder shaped vessels [different b_1 and b_2 values], so there is no restrictions to use V-funnel.

The authors (20) introduce also the third important limit for proposed model: the lower the fluid viscosity is, the bigger is the difference between the proposed theory and practice. For instance for water t should be equal 0.1 s, but in practice the t value is around 6s.

The simplest way to eliminate both mentioned limits is to introduce one or two corrections in form of either separate term, or additional constant to existing one. The diminishment of time influence of τ_0 can be simulated in two ways. The first one is to adopt for τ_0 an exponent (<< 1), and the second is adding separate function, dependent on τ_0 , as a separate term. In the case of modification of the influence of low viscosity, taking into account results shown in point 4.2., the simplest way is to add an additional factor, possibly analogous to existing in equation [16] cohesion constant κ_3 . To sum up, two solutions of empirical model are possible. They are expressed as equations [23] and [24]:

$$T_V = \frac{b_1 \eta_{\rho l}}{\rho - b_2 \tau_0^{\ n}} + b_3$$
[23]

In this equation constant b_3 may in some cases be equal to zero.

$$T_V = \frac{b_1 \eta_{\rho l}}{\rho - b_2 \tau_0} + f(\tau_0)$$
 [24]

Wyniki podane w tablicy 3 wykazują, że modele możliwe do aproksymacji metodami regresji liniowej maja najniższe współczynniki dopasowania. Stanowi to dowód, że modele tego rodzaju nie są adekwatne, Potwierdza to słuszność wniosku podanego w punkcie 5.1, że model T_{v} zależy od obydwu parametrów reologicznych, a nie tylko od $\eta_{a'}$. Modele z czynnikiem nieliniowym (to znaczy opierające się na wzorze [23]) mają wyraźnie wyższe współczynniki dopasowania od modelu [21], przy czym wpływ stałej b₃ na wartość R² okazał się znacznie mniejszy niż wykładnika n (porównaj wiersze 4 i 6 w tablicy 3). Łączne wprowadzenie tych dwóch zmiennych spowodowało uzyskanie znacznie wyższej wartości współczynnika dopasowania niż w przypadku modelu [27], to jest z funkcją poprawkową. Proponowany model [23] okazał się więc zdecydowanie najlepszy. Wszystkie stałe b w tym modelu mają, jak to należało oczekiwać, wartości dodatnie, a wartość n jest znacznie mniejsza od 1, czyli prawidłowo oddaje fakt, że czym większe g_{s} , tym spowolnienie wypływu nim spowodowane jest mniejsze. Pozostałe modele pod względem dopasowania R² dały wyniki dość zbliżone pomimo dużej różnorodności zastosowanych zdolności funkcyjnych, co oznacza, że nie są one w tym przypadku optymalne. Na rysunku 4 pokazano obraz zmienności modelu [23].

Obraz ten pokazuje, że w przypadku bardzo małej granicy płynięcia (rozpływ stożka około 70 cm i większy) model ten daje duży błąd: dużej zmianie czasu wypływu towarzyszy bardzo niewielka zmiana lepkości. W przypadku wysokiego g_{B} (D_{0} rzędu 50–55 cm) mamy sytuację odwrotną – rozdzielczość pomiaru T_{v} jest więcej niż zadowalająca: zmianie h_B o 0,1 Nms (około połowa badanego przedziału) towarzyszy dwu do trzykrotna zmiana czasu wypływu. Model ten pokazuje również, że ten sam czas wypływu może wiązać się z lepkością różniącą się od 2 (niskie τ_0) do 5 razy (wysokie τ₀), w zależności od wielkości granicy płynięcia. Wpływ gęstości mieszanki ρ (pominięty na rysunku 4) okazał się bardzo niewielki z powodu niewielkiej zmienności tego czynnika w badaniach (2305-2355 kg/m³). Pomimo tego jest to czynnik ważny, gdyż podstawienie we wzorze [23] za ρ wartości średniej z badań spowodowało zmniejszenie wynikowego R² do wartości 0,825. Jest to więc podobny czynnik jak w przypadku nie uwzględnienia we wzorach jednej z dwóch poprawek w modelu wyjściowym [21]. W związku z tym w przypadku porównywania wyników pomiarów parametrów reologicznych mieszanek różniących się gęstością o więcej niż 50 kg/m3 i nie uwzględnianiu tego w obliczeniach, dokładność takiego porównania będzie bardzo wątpliwa. Mieszanka o tych samych parametrach reologicznych, ale większej gęstości będzie miała oczywiście krótszy czas wypływu.

6. Skrzynka wypływowa L (L-box) – H_2/H_1 [-], T_{40} [s]

6.1. Rozważania teoretyczne

Ta metoda jest wykorzytywana przede wszystkim do sprawdzenia możliwości blokowania się mieszanki na układzie prętów zbrojeniowych oraz tendencji do segregacji, nie stanowi więc ściśle pomiaru konsystencji, lecz raczej urabialności. Z tego też wzglę-

5.2. Experimental verification

For the verification procedure of proposed equations a research program was executed, which detailed description can be found in earlier author's paper (21). This program covered 28 tests embracing rheological and T_v measurements. The main goal of this program was to cover a broad range of consistencies. Tested SCC mixes had D_o values in a range of 45 to 79 cm, and T_v values ranging from 1,5 to 13 s. The results of analysis, applying least-square method, are shown in Table 3. In addition to the equations [21], [23], [24] veryfing, another, simpler models were tested: a simple linear [25], exponential [26] and different forms of equation [23], taking n = 1 and $b_3 = 0$. The best correction term of equation [24] appeared to be a linear function [27].

$$T_V = b_1 + b_2 h_B$$
 [25]

$$T_V = b_1 h_B^n$$
 [26]

$$T_V = \frac{b_1 h}{\rho - b_2 g} + b_3 g_B$$
 [27]

The results presented in table 3 are showing, that the models which can be aproximeted by linear regression have the lowest fitting constant (R^2) values. It means that such models are inadequate. It is also a proof for proposed earlier thesis (point 5.1), that T_{v} model is dependent on both rheological parameters, and not only on η_{ab} . Exponential model seems to be slightly better what means that a non-linear relationship is to be expected. Non-linear models, based on equation [23], have significantly higher fitting constant in comparison to the model [21]. Additionally, the influence of b_3 constant on R² value appeared to be much lower than the influence of exponent n (see lines 4 and 6 in table 3). Addition of these two corrections simultaneously gave much higher determination coefficient than the model [27], namely with correction term. Thus, the proposed model [23] appeared to be undoubtedly the best one. All b constants had positive values, as was expected. The exponent n is much lower than 1, what means that it correctly corresponds to physical effect of slowing down the flow to smaller extent in case of higher stress yield values. The other models had similar R^2 values in spite of their very different mathematical formulations what indicates that they gave worse correlation in this case. On

Tablica 3 / Table 3

SPRAWDZANE DOŚWIADCZALNIE MODELE $T_V = f(h_B, g_B)$

THE RESULTS OF TESTED $T_V = f(h_B, g_B)$ MODELS

Równanie /stała Equation /constant value	b ₁	b ₂	b ₃	n	R ²
25	0,6317	81,867	-	-	0,483
26	71,357	-	-	0,932	0,628
21	135158,5	9899,2	-	-	0,786
23, n = 1	111036,0	9982,5	1,558	1	0,7901
23	7327,292	2473,923	2,263	0,041	0,885
23, b ₃ = 0	10457,41	2444,58	-	0,0383	0,847
27	92300,04	9360,31	53,79	-	0,835

du tym pomiarom poświęcono stosunkowo najmniej uwagi jeżeli chodzi o powiązanie jego wyników z parametrami reologicznymi. Autor natrafił na jeden tylko taki model, podany przez Nguyena, Roussela i Coussota (22). Model ten dotyczy powiązania parametrów H_1 i H_2 z granicą płynięcia. Autorzy podali dość skomplikowany model analityczno-empiryczny, który po pewnych uproszczeniach przedstawili w następującej postaci:

$$\frac{H_2}{H_1} = \frac{\rho g - 84\tau_0}{\rho g + 84\tau_0} \qquad \text{dotyczący skrzynki bez prętów}$$
[28]

$$\frac{H_2}{H_1} = \frac{\rho g - 100\tau_0}{\rho g + 100\tau_0} \qquad \text{dotyczący skrzynki ze standardowym} \\ \text{układem 3 prętów} \qquad [29]$$

Dokładność tego modelu została oceniona przez Thrane i in. (23) bardzo pozytywnie. Tym niemniej prowadzenie badań tak, aby można było z tego modelu skorzystać, jest mocno kłopotliwe. Wymagane jest bowiem bardzo wolne podniesienie klapki spustowej aparatu (ponad 10 s). Tak mała prędkość unoszenia klapki prowadzi do znacznego ograniczenia możliwości prawidłowej oceny zarówno tendencji do segregacji jak i do blokowania, szczególnie w przypadku symulacji urabialności (to jest rzeczywistego przepływu mieszanki w formie, w której prędkości przepływu są większe).

Oprócz tego modelu tylko praca (15) dotyczy powiązania wyników tych pomiarów z lepkością, jednak pokazana jest tylko krzywa dopasowania liniowego, z dużymi rozrzutami, a bez podania *R*². Z tego względu autor podjał próbę opracowania własnego modelu empirycznego wiążącego lepkość plastyczną z wynikami pomiarów za pomocą skrzynki L. Ze względu na to, że jest to model czysto empiryczny, zostanie on opisany w punkcie 6.2.

6.2. Sprawdzenie doświadczalne

Badania dotyczące tego zagadnienia przeprowadzono na mieszankach serii 1. Podnoszenie klapki spustowej aparatu było szybkie, około 1-2 s. W celu oceny lepkości najprostszym rozwiązaniem wydaje się zastosowanie pomiaru względnej prędkości przepływu mieszanki, przy wykorzystaniu metody opisanej w punkcie 3.1 (równania [14, 15]). Pierwotnie, w celu zwiększenia dokładności oceny, próbowano dokonać pomiaru prędkości w dwóch punktach, położonych 20 i 40 cm przed prętami zbrojeniowymi, nazwanych odpowiednio T₂₀ i T₄₀. Pomiar na końcu skrzynki nie był brany pod uwagę, gdyż obawiano się dużego wpływu granicy płynięcia, tak jak w przypadku pomiaru T_{50} [porównaj punkt 4.1 i badania Thrane i in. (23)]. Dodatkowo w takim przypadku należy oczekiwać występowania nieliniowej zależności pomiędzy prędkością poziomą a wysokością słupa cieczy, do której ona dopływa w takim przypadku (24). Dwupunktowy pomiar prędkości względnej w takiej sytuacji jest więc bardzo ważny. W praktyce okazało się jednak, że zmierzone czasy T_{20} były zbyt krótkie (1-2 s), co nie pozwalało uznać błędu względnego pomiaru za na tyle mały, aby można było

Fig. 4 the range of T_V changes, depending of constants values taken from table 3 (line 5), and given by equation [23] is shown.

The results presented on Fig. 4 show that for the low yield stress value, it means for $D_0 \approx 70$ cm, the presented model has low accuracy: for high change of T_{v} the change of η_{n} is small. In the case of high g_{B} value (D_{0} in a range 50–55 cm) an opposite situation occurs: the model gives very good result – for h_B change of about 0,1 Nms (i.e. the half of tested range) 2-3 times change of T_v value is obtained. The results (Fig. 4) show also that for the same value of V-funnel time the viscosity can give changes in the range from 2 to 5 times, in the case of low and high τ_0 values, respectively. The influence of the mix density ρ (omitted in Fig. 4) appeared to be less significant due to its relatively narrow range (2305–2355 kg/m³). In spite of these, density is an important factor in the model [23], as after withdrawing of ρ from the equation (by substitution by its mean value) the R^2 value has dropped to 0.825, i.e. to the level comparable to the result given by the model without one of two proposed corrections to the basic model [21]. It means that when the comparison is made of the results of T_{v} test in the case of concrete mixes having different ρ [differences higher than 50 kg/m³] without taking this into account, the accuracy of such comparison seems to be questionable. Concrete mix having the same rheological parameters will give, in the case of higher ρ value, shorter T_{ν} time.





Rys. 4. Obraz zależności $T_V = f(h_B, g_B)$ wynikający z modelu [23]

Fig. 4. The range of changes of $T_V = f(h_B, g_B)$ according to the equation [23]

te wyniki uwzględnić jako zmienną w modelu (dokładność pomiaru oszacowano na około 0,33 s). W związku z tym zdecydowano się wykorzystać parametry H_7 i H_2 , których iloraz w świetle wyników pomiarów T_{50} (punkt 4) jest także pośrednią miarą prędkości przepływu mieszanki. Do opracowania modelu przyjęto metodę prób i błędów. Po pewnej ilości prób uzyskano funkcję trzeciego stopnia zależną od parametru zastępczego *y* danego wzorem [30]. Na rysunku 5 pokazano tę zależność oraz dla porównania zależność stopnia drugiego (linia przerywana).

$$y = t_{40}^3 \frac{H_2^3}{H_1}$$
[30]

Zastosowanie tego modelu pozwoliło na uzyskanie najlepszego dopasowania, pomimo przyjęcia dla uproszczenia stałej prędkości przemieszczania się czoła mieszanki (poprzez uwzględnienie tylko jednego punktu pomiaru czasu). Model trzeciego stopnia znacznie lepiej oddaje opisywane zjawisko, gdyż w przeciwieństwie do modelu drugiego stopnia zapewnia spełnienie podstawowego warunku brzegowego, to jest aby $h_B = 0$ towarzyszyło y = 0. Spełnia więc oczywisty warunek, aby w takim przypad-ku nastąpił natychmiastowy rozpływ mieszanki, czyli $T_{40} = 0$ przy $H_1 = H_2$ Funkcja ta ma jednak wadę w postaci punktu przegięcia dla $h \approx 0.5$ Nms, którego w rzeczywistym przebiegu zjawiska raczej oczekiwać nie należy.

6. L-box – H_2/H_1 [-], T_{40} [s]

6.1. Theoretical analysis

This test is used mainly for checking blocking and segregation criteria on reinforcement and thus it is rather a workability test. That is why interest in learning its results correlation with rheological parameters is very little. The author has found only one model covering this goal, reported by Nguyen et al. (22), concerning the correlation of H_1 and H_2 with yield stress value. In this paper a rather complicated analytical-empirical model is proposed, which can be easily simplified to equations [28] and [29]:

$$\frac{H_2}{H_1} = \frac{\rho g - 84\tau_0}{\rho g + 84\tau_0}$$
 in the case without reinforcement, [28]

 $\frac{H_2}{H_1} = \frac{\rho g - 100\tau_0}{\rho g + 100\tau_0}$ in the case of 3 – bars reinforcement [29]

The accuracy of this model according to Thrane et al. (23) is very high. Nevertheless, the tests of τ_0 according to this method are problematic, as for instance the time of opening the apparatus drain has to be not shorter than 10 s. So long time of the drain opening can lead, in the author's opinion, to lowering the accuracy of observation of existence both blocking and segregation of the mix, especially in the case of real workability simulation, when typically flow speed is much faster (e.g. pumping and placing in formwork).

7. Wnioski końcowe

- 1. Wszystkie omówione w pracy podstawowe metody badania mieszanek samozagęszczających się (średnica rozpływu stożka D_0 , czas T_{50} , V-funnel, L-box) wykazują duży związek z parametrami reologicznymi modelu Binghama, czyli z granicą płynięcia τ_0 i lepkością plastyczną η_{pl} . W przypadku każdej metody przedstawiono szeroką gamę dostępnych w literaturze modeli analitycznych i empirycznych (doświadczalnych) oraz własne propozycje empiryczne oparte na niektórych z nich.
- Niektóre z opisanych modeli (w tym wszystkie propozycje autora) zostały sprawdzone przez przeprowadzone pomiary na wielu mieszankach samozagęszczających się. Weryfikacja ta wykazała, iż opisane metody wykazują związek z dwoma parametrami reologicznymi: τ_o oraz η_o.
- Średnica rozpływu stożka D₀ pozwala przede wszystkim na ocenę τ₀, jednak w przypadku dużych wartości D₀ ma również na nią wpływ lepkość plastyczna. W proponowanym modelu wpływ ten jest uwzględniony pośrednio, przez wprowadzenie względnej zmiany prędkości płynięcia mieszanki.
- Czas T₅₀ zależy bardzo silnie od obydwu parametrów reologicznych. Proponowany model uwzględnia także względną



Rys. 5. Powiązanie h_B z T_{40} , H_1 i H_2 poprzez zależność [30]

Apart of this model only one paper (15) could be found concerning the correlation of L-box results with plastic viscosity, in which only the results on figures with linear regression and quite large discrepancy of these results are presented (without R^2 value). In these circumstances the research program was undertaken to create an empirical model embracing the correlation of L-box tests results with plastic viscosity. This model is purely empirical, and will be presented in the point 6.2.

Fig. 5. The correlation of h_B with T_{40} , $H_1 \& H_2$ using equation [30]

zmianę prędkości płynięcia, zależną, co pokazano w analizie dotyczącej rozpływu stożka, nie tylko od $\eta_{\rho,}$ lecz także od tarcia wewnętrznego, a więc od czynnika związanego z τ_{o} .

- 5. Czas wypływu mieszanki z lejka V (T_v) tradycyjnie jest łączony z η_{pl} . Prezentowane modele przeczą temu przekonaniu pokazując, że wpływ τ_0 na wynik tego pomiaru jest również bardzo duży, w szczególności na początku wypływu. Pod koniec wypływu przeważa lepkość plastyczna. Aby opisać te zjawiska opracowano model empiryczny będący rozwinięciem analitycznego modelu Roussela i Le Roya (20), dla lejka Marsha.
- Skrzynka wypływowa (L-box) może służyć zarówno do oceny lepkości jak i granicy płynięcia, w zależności od tego jakie parametry będą mierzone podczas przeprowadzania tego badania i w jaki sposób będzie prowadzony sam pomiar.

Literatura / References

1. G. De Shutter, P. J. M. Bartos, P. Domone, J. Gibbs, Self-Compacting Concrete. Whitless Publishing 2008.

2. M. Urban, Wpływ składu mieszanki betonowej na jej właściwości reologiczne. Praca doktorska, Politechnika Krakowska, Kraków 2002.

3. I. Nielsson, O. H. Wallevik, Rheological evaluation of some empirical test methods – preliminary results. 3rd Int. RILEM Symp. on SCC, RILEM Publications S.A.R.L RILEM PRO 33, pp.59-68, Reykjavik, Iceland 2003.

4. T. Serdan, F. de Larrard, Optimization of SCC thanks to Packing Model. 1st Int. RILEM Symp. on SCC, ed. RILEM Publ. S.A.R.L., pp. 321-332, Stockholm, Sep. 13-14, 1999.

5. F. de Larrard, C. F. Ferrais, T. Serdan, Fresh concrete: A Herschel-Bulkley material. Mat. Struct., **31**, pp. 494-498 (1998).

6. J. Murata, Flow and Deformation of Fresh Concrete, Mat. Struct., I7, pp. 117-129 (1984).

7. A. W. Saak, H. M. Jennings, S. P. Shah, A generalized approach for the determination of yield stress by slump and slump flow. Cem. Concr. Res., **34**, p. 363-371 (2004).

8. N. Roussel, C. Stefani, R. Le Roy, From mini-cone test to Abrams cone test: measurement of cement-based materials yield stress using slump tests. Cem. Concr. Res., **35**, p. 817-822 (2005).

9. N. Roussel, P. Coussot, "Fifty-cent rheometer" for yield stress measurements: from slump to spreading flow, J. Rheol., **49**, pp. 705-718 (2005).

10. S. Liu, Y. Ding, Slump flow model for evaluating of rheological parameters of fresh SCC. 2nd Int. RILEM Symp. on Design, Performance and Use of SCC, pp. 236-245, SCC 2009-China (RILEM PRO 068).

11. M. Urban, Wpływ niektórych czynników materiałowych na parametry reologiczne mieszanek betonowych z popiołem lotnym. IV Konf. Nauk. -Techn. "Zagadnienia materiałowe w Inżynierii Lądowej" MATBUD'2003, s. 385-392, Kraków 25-27 czerwca 2003.

12. M. Urban, Betony wysokiej wytrzymałości o właściwościach samozagęszczalnych. XX KN-T "Jadwisin'06", s. 343–350 Serock 17-19.05.2006.

13. M. Urban, Consistency measures of SCC and its Rheological Parameters. 16ibausil, 2, p.2-0131 – 2-0138, Weimar 20-23.09.2006.

Specification and Guidelines for Self-Compacting Concrete. EFNARC, 2002.

15. I. Nielsson, O. H. Wallevik, Rheological evaluation of some empirical test methods – preliminary results. 3rd Int. RILEM Symp. on SCC, Reykjavik, RILEM Publications S.A.R.L RILEM PRO 33, pp.59-68, Iceland 2003.

6.2. Experiments

The research program embraced the mixes described in point 3.2 as series 1. The speed of drain opening was guite fast (1-2s). In the case of plastic viscosity estimation, the simplest solution is to measure apparent rate of mix flow, using for instance the method presented in point 3.1 as equations [14] and [15]. Firstly, the measurements of the time in two points was assumed, i.e. in points located 20 and 40 cm from reinforcing bars, designed as T_{20} and T_{40} , respectively. Measurements of the time at the box end has not been applied, because the high influence of τ_0 was expected, and similarly for T_{50} measurements [see point 4.1. and research program in (23)]. Additionally, non-linear dependence of flow speed and height of liquid column [reported in (24)] is expected. In such case two points speed measurements are critical. However, the measured T_{20} time was too short (1-2 s), to be consider as a variable in the model - the relative error was to high (measurement accuracy has been assessed as 0.33 s). Thus, it has been decided to apply H_1 and H_2 parameters, as, in the light of the results of T_{50} time modeling, their quotient (point 4.) also can be treated as an indirect measure of mix flow speed. As the method of model assessing a trial- and- error method has been used. The proposed model is a third-order function of h_{B} , depending on parameter y given by equation [30]. The correlation of this model with experimental results is presented on Fig 5. Additionally, for comparison, also the correlation given by second-order model is also shown on this figure (dotted line).

$$y = t_{40}^3 \frac{H_2^3}{H_1}$$
[30]

This model gives the highest correlation coefficient despite of linearization of mix speed, by measuring the time only in one point. The third-order equation much better follows the tests results, as it fulfills an elementary border condition: for h = 0 gives y = 0, i.e. that in such a case (assuming additionally that τ_0 tends to zero) instantaneous flow is obvious – zero viscosity gives $T_{40} = 0$ and $H_1 = H_2$. The disadvantage of this equation is the inflexion point for $h \approx 0.5$ Nms, which appearance in practice is rather improbable.

7. Conclusions

- 1. All SCC mixes tests, embracing diameter of slump flow D_o , T_{50} time, V-funnel, L-box, are strongly correlated with Bingham model rheological parameters: yield stress value τ_0 and plastic viscosity $\eta_{\rho l}$. In several papers for each test a wide range of analytical and empirical models have been presented. For each described test the author developed a new empirical model based on some of them.
- 2. Some of these models (including all author's proposals) has been verified experimentally on a broad range of SCC mixes. This verification shows that all mentioned tests are related to both τ_0 and $\eta_{pl'}$.
- 3. The diameter of slump flow D_0 is related mainly to τ_0 , but when D_0 values are high the influence of η_{pl} becomes significant. In

16. S. Utsi, M. Emborg, J. Carlsward, Relation between workability and rheological parameters. RILEM PRO 33, pp.154-164, Iceland 2003.

17. O. Esping, Slump flow values vs. Bingham parameters for high flowable mortar and concretes. 5th Int. RILEM Symp. on SCC, Ghent, Belgium, 2007. RILEM Publications S.A.R.L., PRO 54, (RILEM PRO54), p. 315-322, 2007.

18. M. Urban, Miary konsystencji betonów samozagęszczalnych a ich parametry reologiczne. Konferencja "Dni Betonu" Wisła 9-11.10 2006, s. 453-464, Polski Cement, Kraków 2006.

19. R. Zerbino, B. Barraga , T. Garcia, L. Agullo, R. Gettu, Workability tests and rheological parameters in SCC. Mat. Struct., **42**, pp. 947-960 (2009).

20. N. Roussel, R. Le Roy, The Marsh cone: a test or a rheological apparatus? Cem. Concr. Res., **35**, p. 823-830 (2005).

21. M. Urban, Lepkość mieszanki betonowej samozagęszczalnej a jej miary konsystencji. Konferencja "Dni Betonu" Wisła 13-15.10 2008, s. 143- 151, Polski Cement, Kraków 2008.

22. T. L. H. Nguyen, N. Roussel, P. Coussot, Correlation between L-box test and rheological parameters of a homogeneous yield stress fluid. Cem. Concr. Res., **36**, pp. 1789–1796 (2006).

23. L. N. Thrane, C. Pade, T. Svensson, Estimation of Bingham rheological parameters of SCC from slump flow measurements. RILEM PRO54, p. 353-358 (2007).

24. R. Gryboś, Podstawy mechaniki płynów, PWN, Warszawa 1998.

the proposed model this influence is represented indirectly by introducing the apparent speed of flow change.

- 4. T_{50} time depends strongly on both rheological parameters. The proposed model also includes apparent speed of flow change, dependent not only on η_{ph} but also on intrinsic friction, that is the parameter connected with τ_{o} .
- 5. V-funnel time T_V traditionally is linked to η_{pl} . Presented models are in contradiction to this statement. They show that the τ_0 influence on this test result is also very important, especially at the beginning of flow. At the end of flow the most important becomes the resistance, caused by plastic viscosity. To consider this influence, an empirical model has been proposed, which is a development of analytical model for Marsh cone proposed by Roussel and Le Roy (20).
- 6. L-box can be used to estimate both yield stress value and plastic viscosity, depending on the set of parameters measured during this test, and on the procedure, how the test will be performed.